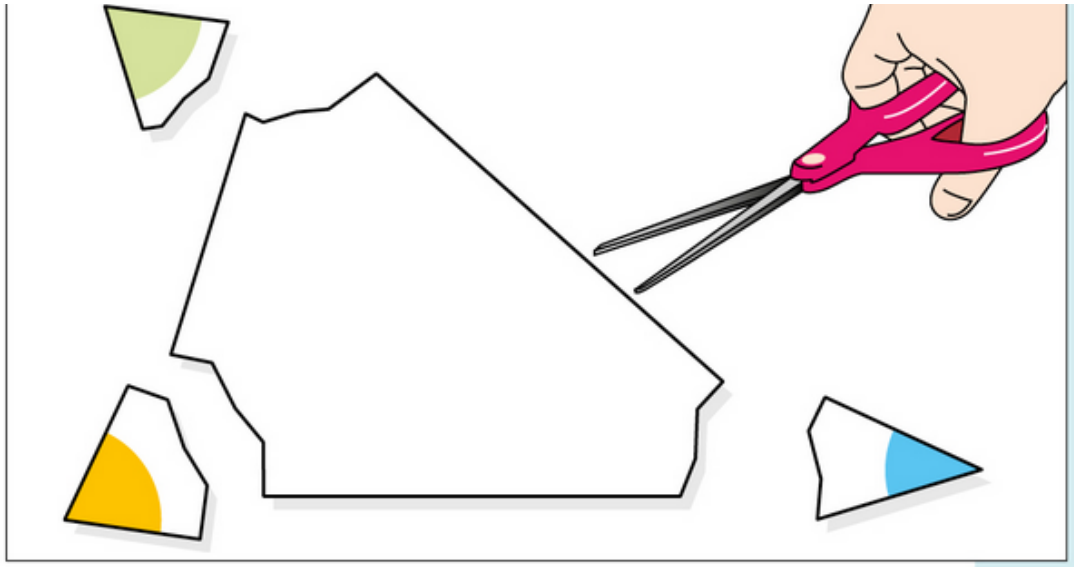
LES ANGLES D'UN TRIANGLE

Activité 1 : Expérimentation



a) Tracer un triangle quelconque et découper ses trois angles, comme dans la figure.

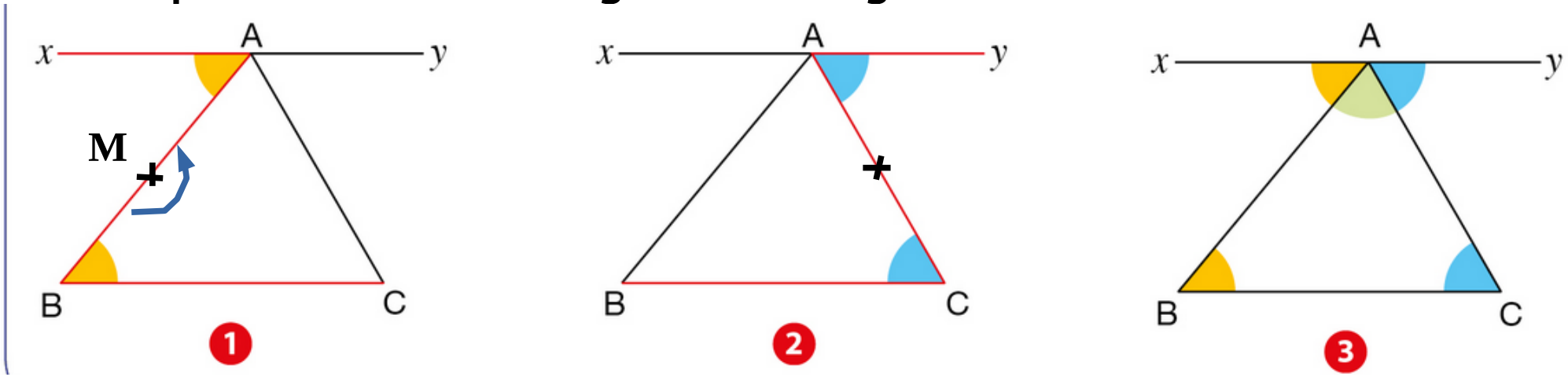
b) Assembler les trois angles avec les sommets en un même point.

c) Que remarquez-vous ? Conjecturer sur la mesure de l'angle obtenu.

d) Conjecturer sur la somme des trois angles du triangle.

Activité 2 (geogebra)

Montrer que la somme des angles du triangle ABC est 180°.



Preuve :

Soit (xy) la parallèle à la droite (BC) passant par A (elle est unique !).

1) On montre que les angles jaunes sont égaux : $\widehat{CBA} = \widehat{BAx}$

Pour cela on considère M le milieu du segment [AB]. Alors $\widehat{CBA}$ est le symétrique de $\widehat{BAx}$ par rapport au centre M, donc ils sont égaux.

De manière analogue, les angles bleus sont égaux : $\widehat{BCA} = \widehat{CAy}$,

car ils sont symétriques par rapport au milieu du segment [AC].

Alors la somme des angles du triangle est égale avec la somme des 3 angles avec le sommet commun en A, qui fait 180° (car (xy) est une droite)

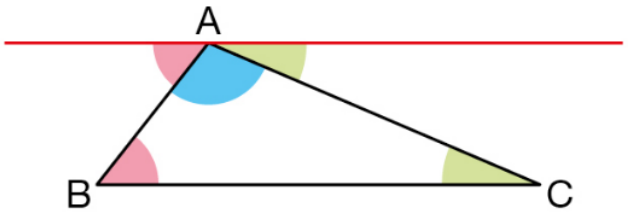
1 Somme des mesures des angles d'un triangle

Propriété Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à **180°**.

Exemple

Dans le triangle ABC :

$\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180°$.



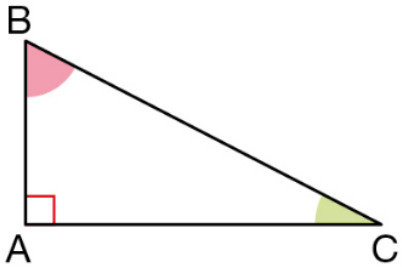
2 Triangle rectangle

Propriété **Si** un triangle est rectangle, **alors** la somme des mesures de ses deux angles aigus est égale à **90°**.

Exemple ABC est un triangle **rectangle en A**.

D'après la propriété du paragraphe 1, $90° + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°$.

Donc $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°$.



Propriété **Si** un triangle a deux angles dont la somme des mesures est égale à **90°**, **alors** c'est un triangle rectangle.

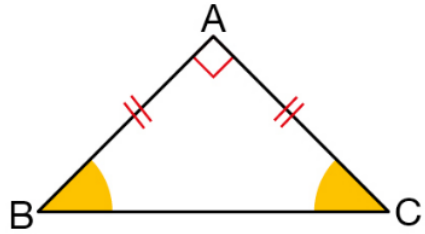
3 Triangle rectangle isocèle

Propriété **Si** un triangle est rectangle isocèle, **alors** chacun de ses angles aigus mesure **45°**.

Exemple ABC est un triangle **rectangle isocèle en A**.

ABC est isocèle, donc $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

On sait aussi, d'après la propriété du paragraphe 2, que $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°$. Donc $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 45°$.



4 Triangle équilatéral

Propriété **Si** un triangle est équilatéral, **alors** chacun de ses angles mesure **60°**.

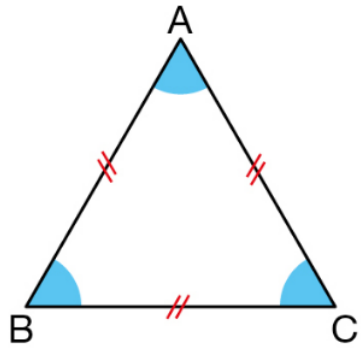
Exemple ABC est un triangle **équilatéral**.

On sait donc que $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

D'après la propriété du paragraphe 1, $3 \times \widehat{BAC} = 180°$.

Donc $\widehat{BAC} = 180° : 3 = 60°$.

Ainsi, $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 60°$.

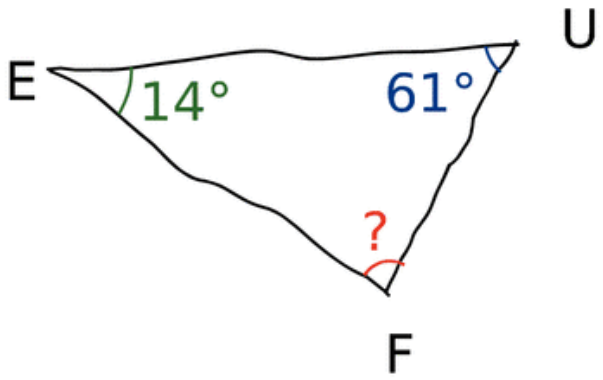


Propriété **Si** un triangle a deux angles de mesure 60°, **alors** c'est un triangle équilatéral.

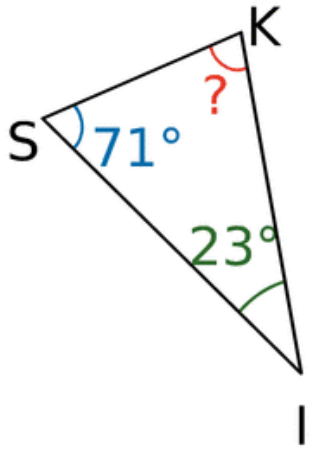
1 *Calcul de l'angle manquant*

Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle inconnu.

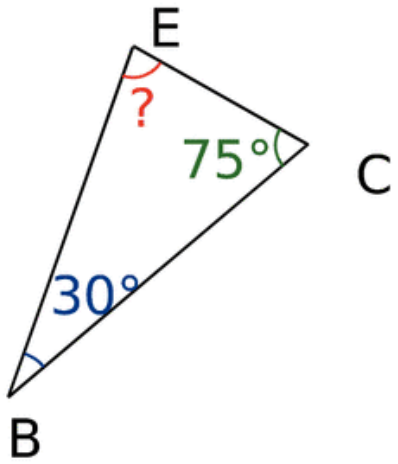
a)



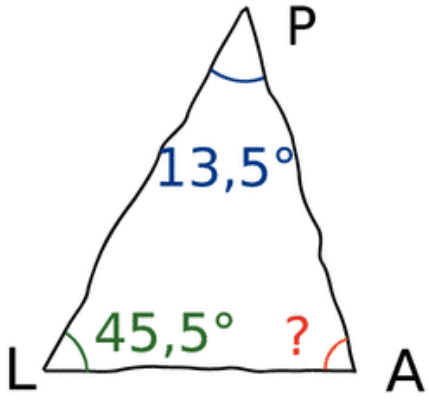
b)



c)

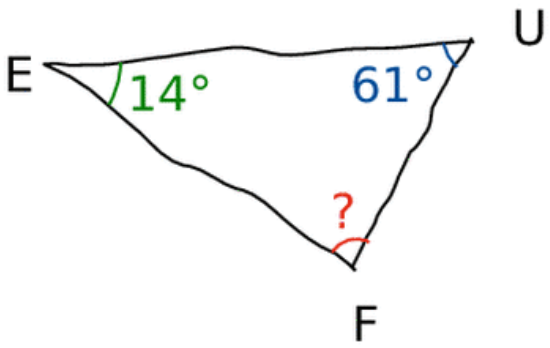


d)



La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

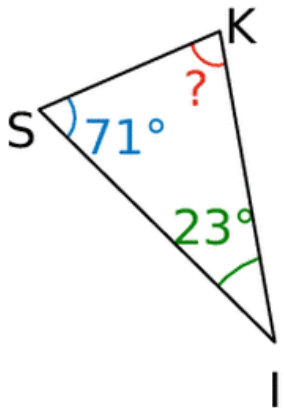
a)



$\hat{F} = 180 - (14 + 61)$

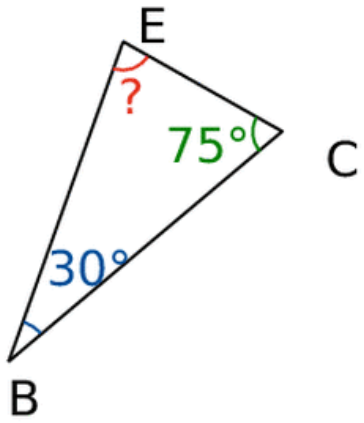
$\hat{F} = 180 - 75 = 105°$

b)



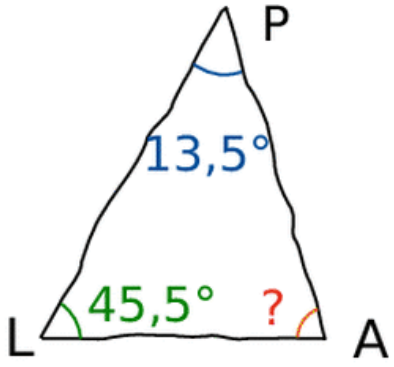
$\hat{I} = 180 - (71 + 23)$

$\hat{I} = 180 - 94 = 86°$



$\hat{E} = 180 - (30 + 75)$

$\hat{E} = 180 - 105 = 75°$



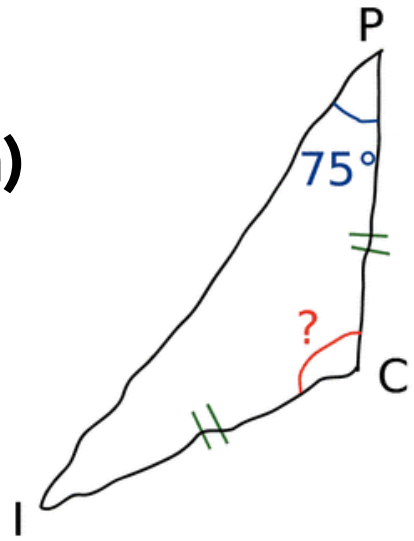
$\hat{A} = 180 - (13,5 + 45,5)$

$\hat{A} = 180 - 59 = 121°$

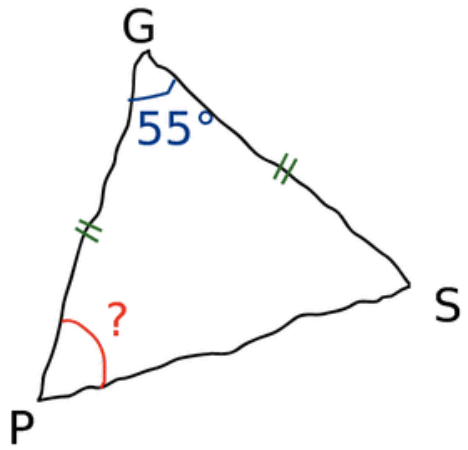
2 *Calcul de l'angle manquant (bis)*

Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle demandé.

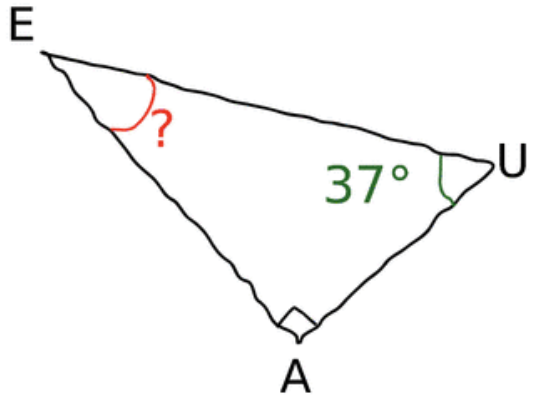
a)

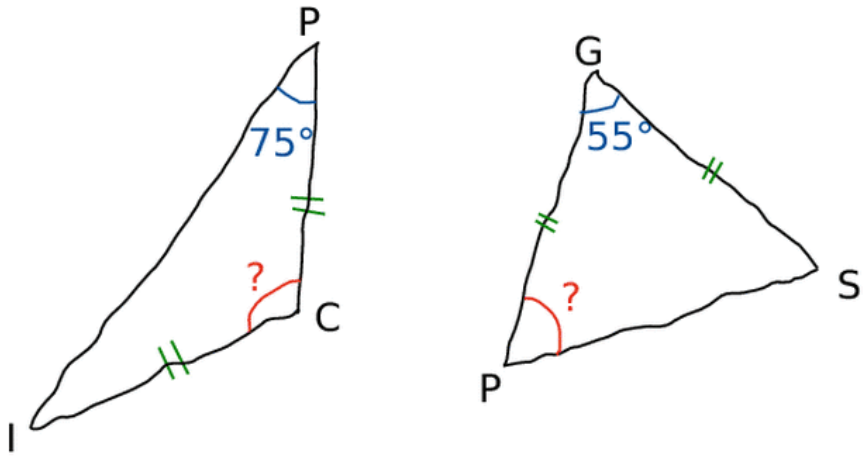


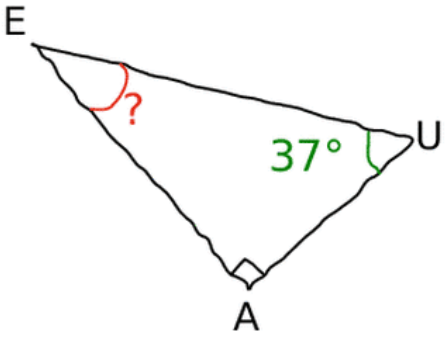
b)



c)







Le triangle PIC est isocèle en I, donc $\hat{I} = \hat{P} = 75°$ et $\hat{C} = 180 - (2 \times 75) = 180 - 150 = 30°$.

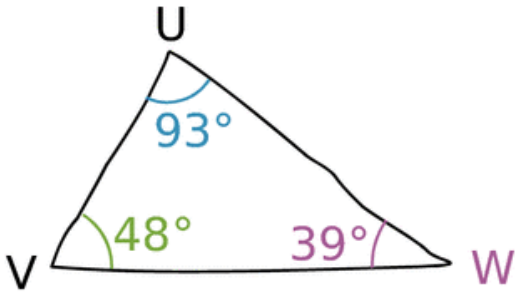
Le triangle GPS est isocèle en G, donc $\hat{P} = \hat{S} = \frac{180 - 55}{2} = \frac{125}{2} = 62{,}5°$.

Le triangle EAU est rectangle en A donc ses aigles aigus sont complémentaires et $\hat{E} = 90 - 37 = 53°$.

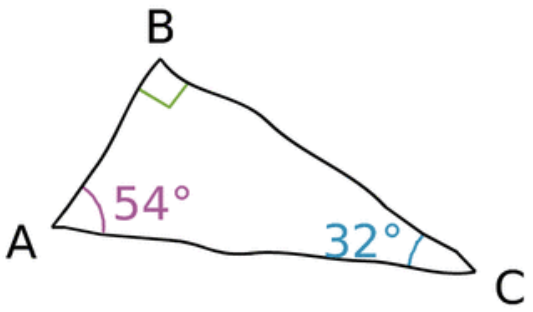
5 *Erreurs ?*

Les triangles représentés ci-dessous à main levée existent-ils ? Justifie chacune de tes réponses par un calcul.

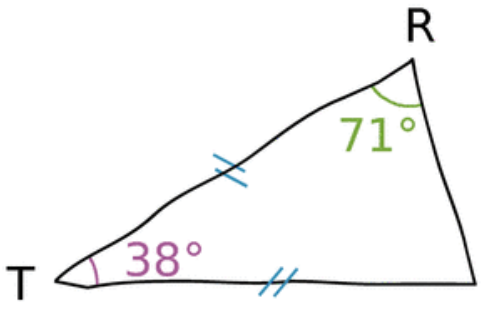
a)



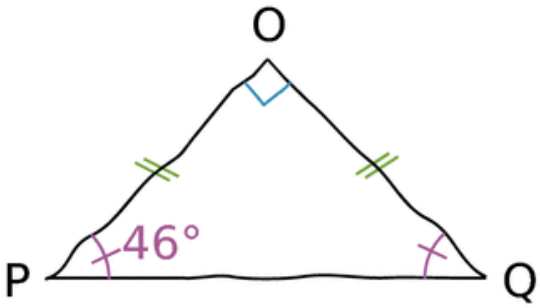
b)



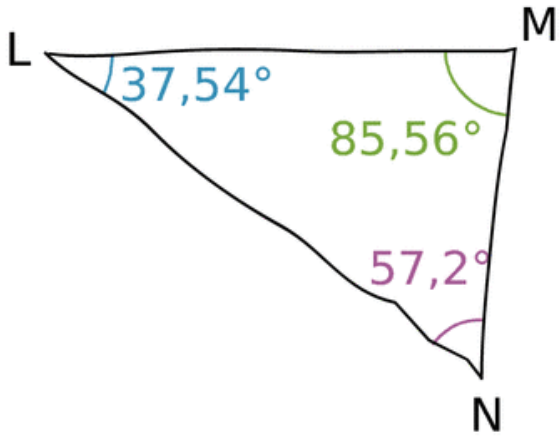
c)



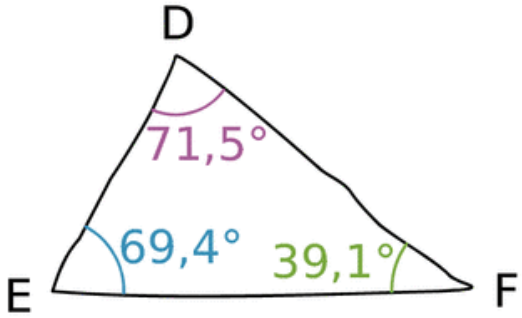
d)

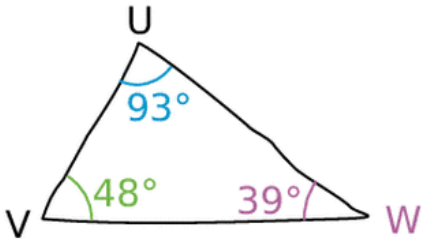


e)

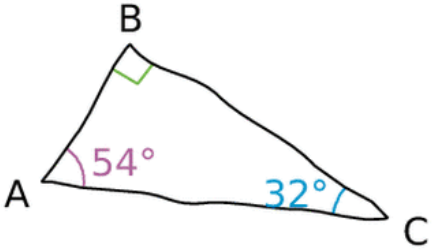


f)

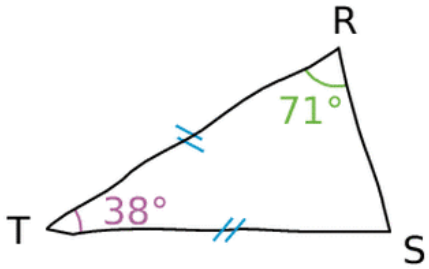




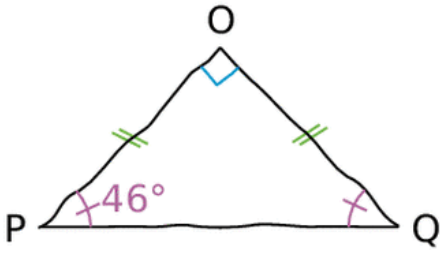
UVW existe car
93 + 48 + 39 = 180°.



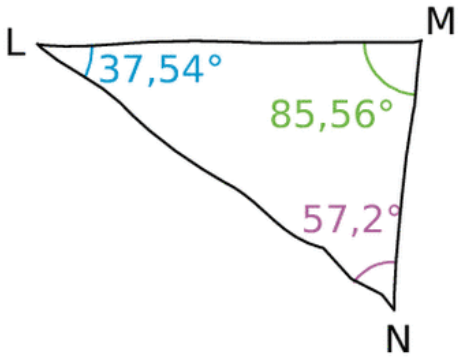
ABC n'existe pas car
54 + 32 = 86° ≠ 90°.



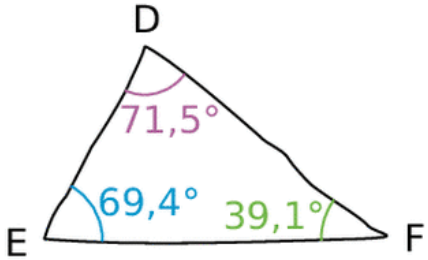
RST existe car car
38 + 71 + 71 = 180°.



OPQ n'existe pas car
46 + 46 = 92° ≠ 90°.



LMN n'existe pas car
37,54 + 85,56 + 57,2
= 180,3°.



DEF existe car
71,5 + 69,4 + 39,1
= 180°.