

NOMBRES RATIONNELS

- **La fraction comme partage**
- **La fraction comme quotient : les nombres rationnels**
- **Égalité de quotients: amplification et simplification de fractions**

1. La fraction comme partage

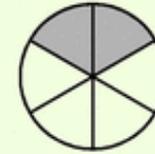
Une fraction est utilisée pour représenter **un partage en parts égales**.

Exemple : Pour colorier deux sixièmes d'un disque

• on partage le disque en **six parts égales** :



• on colorie **deux parts** sur les six :



Vocabulaire

$\frac{a}{b}$



numérateur

a est le **numérateur**



dénominateur

b est le **dénominateur**
et b est différent de 0

- le **dénominateur** *dénomine* : il donne le nom de la part ou sa taille

- le **numérateur** *numère* : il donne le nombre de parts



un tiers $\frac{1}{3}$



cinq huitièmes $\frac{5}{8}$



La partie colorée ne représente pas la moitié du disque car le partage n'est pas équitable

Remarques :

1. Fraction ↔ Écriture fractionnaire

$\frac{a}{b}$ est une **fraction** si son numérateur a et son dénominateur b sont des **nombre entiers**.

Exemple : $\frac{15}{18}$ est une **fraction** tandis que $\frac{1,5}{18}$ et $\frac{1,5}{1,8}$ sont des nombres **en écriture fractionnaire**.

2.

Tout nombre **entier** peut s'écrire sous la forme d'une **fraction**.

Exemple : $21 = \frac{21}{1}$

3.

Tout nombre **décimal** peut s'écrire sous la forme d'une **fraction**, de dénominateur 10, 100...

Exemple : $36,78 = \frac{3678}{100}$

... Mais il existe des fractions qui n'admettent pas d'écriture décimale !

Exemple: $\frac{1}{3}$ n'admet pas d'écriture décimale, on peut donner juste une valeur approchée $\frac{1}{3} \approx 0,333$

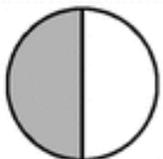
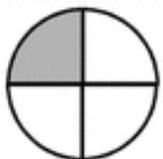
Lecture d'une fraction

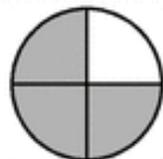
Règle

Pour lire une fraction, on lit d'abord le nombre du **numérateur** puis le nombre du **dénominateur** en ajoutant le suffixe "**èmes**".

Exemples : $\frac{4}{7}$ se lit **quatre septièmes** et $\frac{3}{10}$ se lit **trois dixièmes**.

Mais il existe des exceptions :

$\frac{1}{2}$		un demi
$\frac{1}{3}$		un tiers
$\frac{1}{4}$		un quart

$\frac{2}{3}$		deux tiers
$\frac{3}{4}$		trois quarts

Si le numérateur est plus petit que le dénominateur la fraction s'appelle **sous-unitaire** : $\frac{3}{7}$

Si le numérateur est plus grand que le dénominateur la fraction s'appelle **sur-unitaire** : $\frac{11}{7}$

Si le numérateur est égal avec le dénominateur la fraction s'appelle **unitaire** : $\frac{7}{7} = 1$

2. La fraction comme nombre quotient

Rappel de la définition du quotient :

Étant donné un nombre *décimal* D et un nombre *entier non nul* d on appelle le quotient de D par d , noté $D : d$, le nombre q qui multiplié par d donne D .

$$D : d = q \Rightarrow d \times q = D$$

D = dividende, d = diviseur, q = quotient

Remarque : On dit aussi que le quotient est le nombre manquant dans

$$d \times ? = D$$

Exemple : $11 : 9 = q$ tel que $9 \times q = 11$

$$9 \times (11 : 9) = 11$$

$$9 \times ? = 11$$

2. La fraction comme nombre quotient

Étant donnés deux *nombres entiers* a et b , $b \neq 0$, la fraction $\frac{a}{b}$ est définie comme **le nombre quotient du nombre a par le nombre b** :

$$\frac{a}{b} = a : b = q$$

dividende diviseur

$$a : b = \frac{a}{b}$$

Dans cette écriture :

le nombre a est le **numérateur**,

le nombre b est le **dénominateur**.

Conséquences :

La fraction $\frac{a}{b}$ est donc un nombre q (quotient) qui multiplié par b donne a

$$\frac{a}{b} \times b = a$$

ou le nombre qui complète l'égalité : $b \times \text{?} = a$

Les nombres rationnels

On définit ainsi des nouveaux nombres :

Définition : un **NOMBRE RATIONNEL** est un nombre qui peut s'écrire comme un quotient de deux nombres entiers

$$r = \frac{a}{b}, \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont des nombres entiers}$$

Remarques :

Un nombre rationnel peut être un nombre entier.

$$\frac{12}{4} = 3$$

Un nombre rationnel peut être un nombre décimal.

$$\frac{9}{4} = 2,25$$

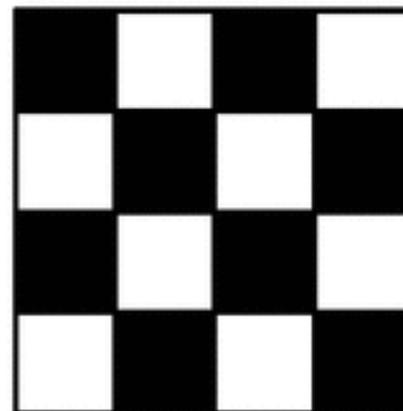
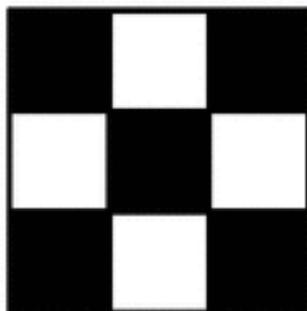
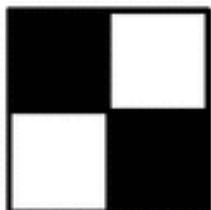
Un nombre rationnel peut n'être ni entier ni décimal.

$$\frac{11}{3}$$

La division de 11 par 3 ne se termine jamais.

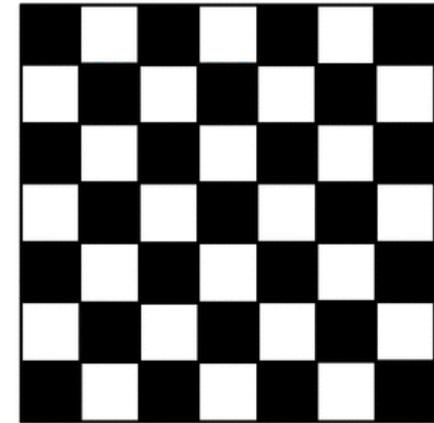
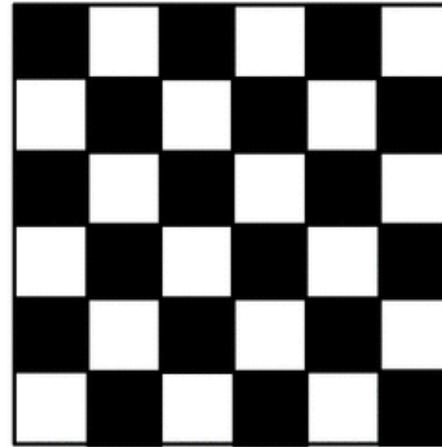
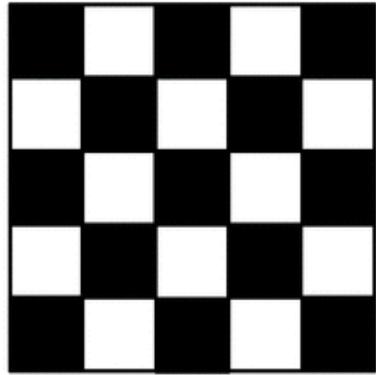
Activité

On considère les damiers suivants.



- Reproduis ces damiers puis poursuis la série avec des carrés de côté 5, 6 et 7 carreaux.
- Pour chacun des six damiers, exprime la fraction des carreaux noirs par rapport au nombre total de carreaux.
- Pour quels damiers ces fractions sont-elles égales ?
- En considérant les damiers 7, 8 et 9, trouve d'autres fractions égales.

a. Reproduis ces damiers puis poursuis la série avec des carrés de côté 5, 6 et 7 carreaux.



b. Pour chacun des six damiers, exprime la fraction des carreaux noirs par rapport au nombre total de carreaux.

Damier 1 : $\frac{1}{2}$

Damier 2 : $\frac{5}{9}$

Damier 3 : $\frac{8}{16}$

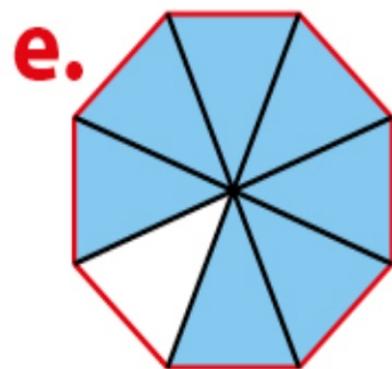
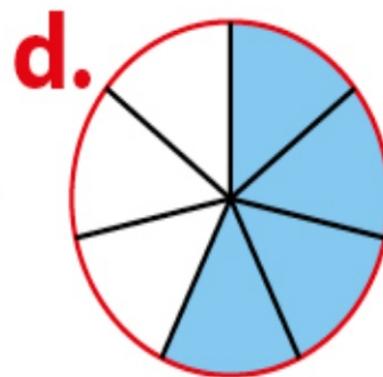
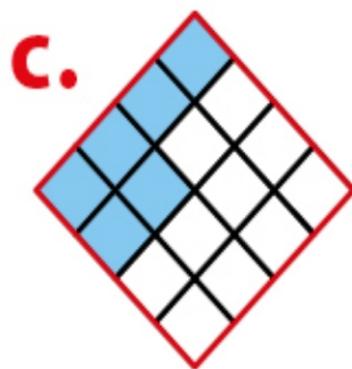
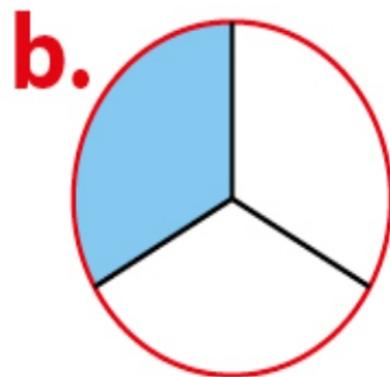
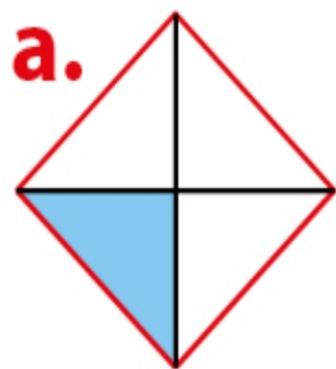
Damier 4 : $\frac{13}{25}$

Damier 5 : $\frac{18}{36}$

Damier 6 : $\frac{25}{49}$

8 Chaque figure rouge représente l'unité et est régulièrement partagée.

Indiquer quelle fraction est représentée par la partie colorée en bleu.



9

Indiquer la fraction du drapeau colorée en bleu pour chacun des drapeaux suivants.

a.



France

b.



Ukraine

c.



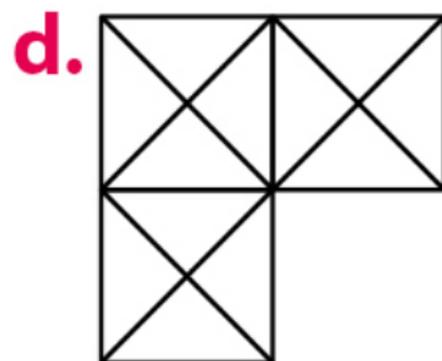
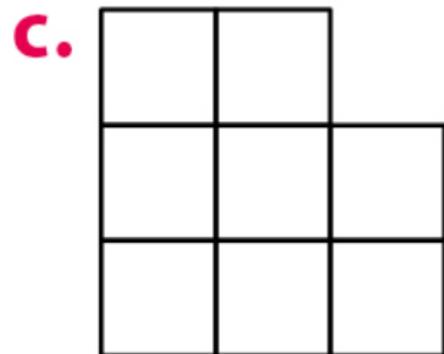
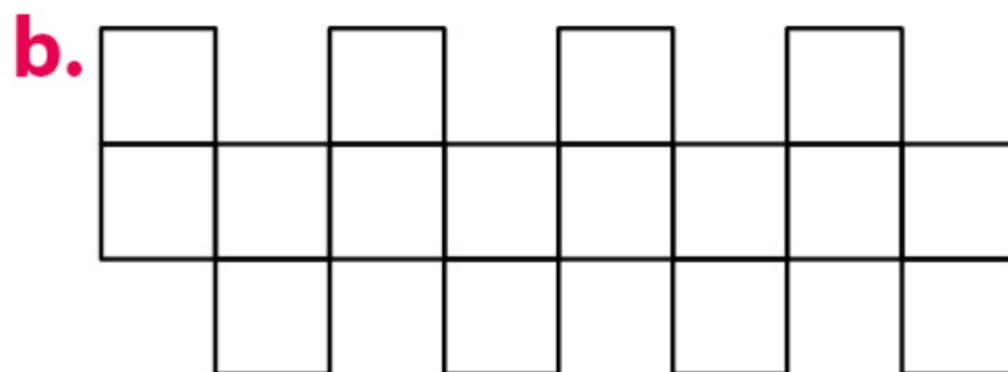
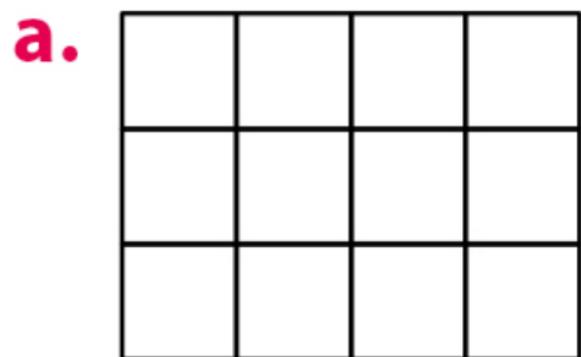
Guatemala

d.



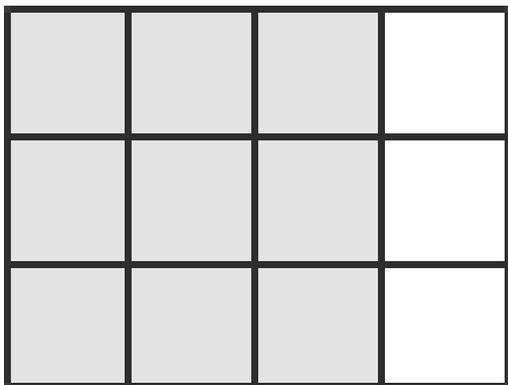
Thaïlande

20 Dans chaque cas, reproduire la figure sur papier quadrillé et colorier les trois quarts de la surface.

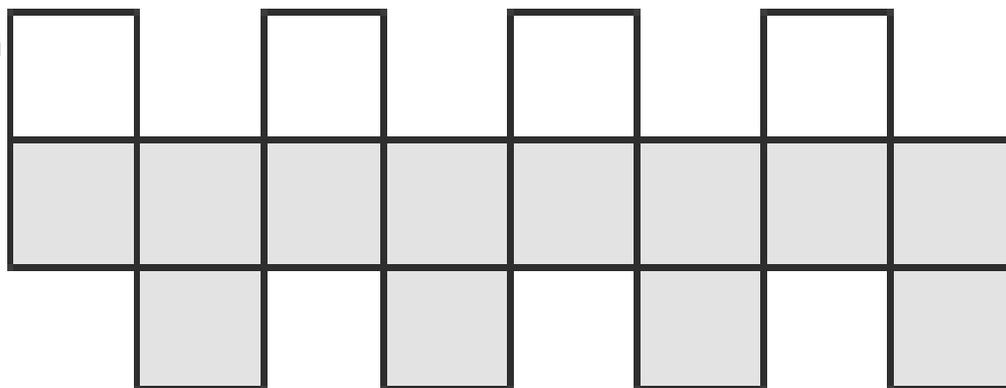


20

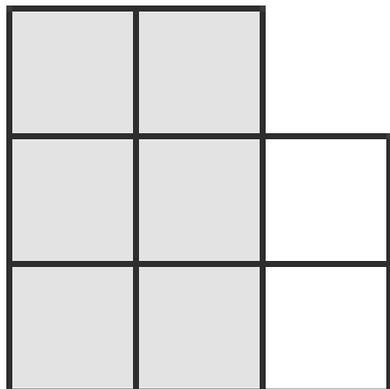
a.



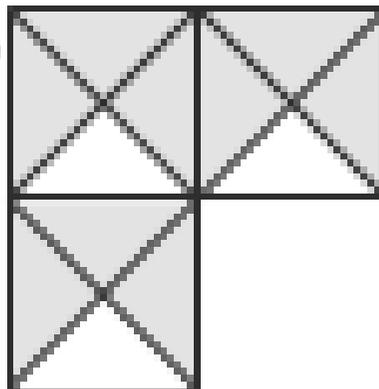
b.



c.

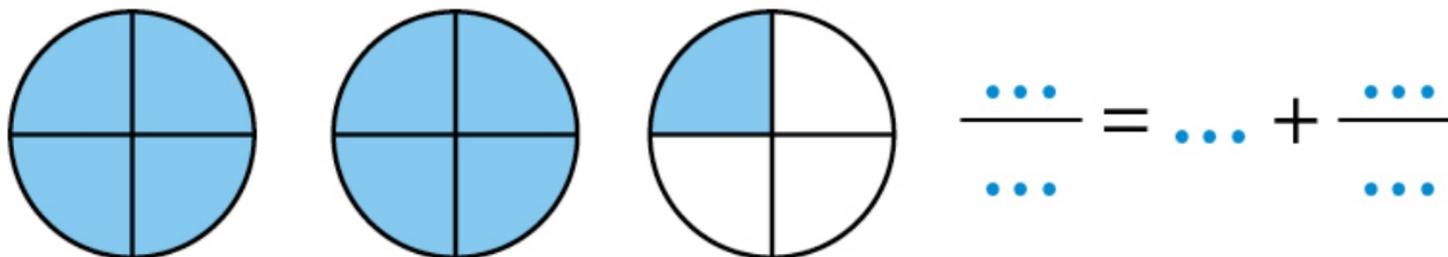


d.

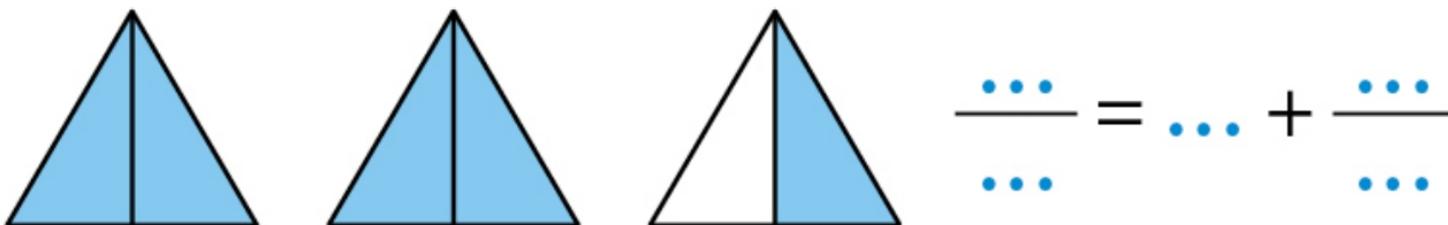


22 Écrire la fraction qui correspond à la surface colorée en bleu, puis l'exprimer comme somme d'un nombre entier et d'une fraction.

a.



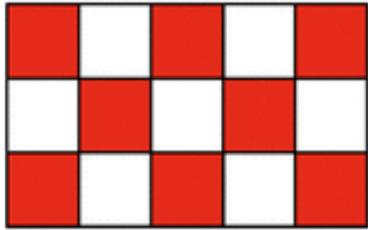
b.



22) a. $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$

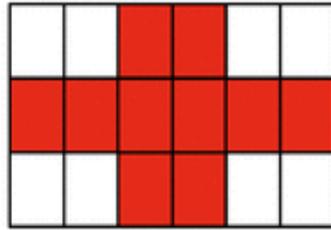
b. $\frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$

6 Indique quelle fraction de chaque figure représente la partie colorée puis la partie blanche.



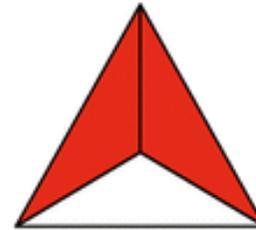
a. Partie colorée :

Partie blanche :



b. Partie colorée :

Partie blanche :



c. Partie colorée :

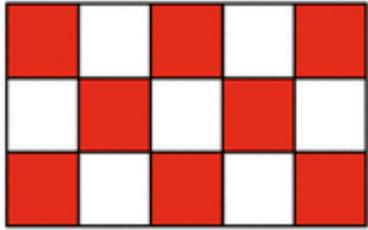
Partie blanche :



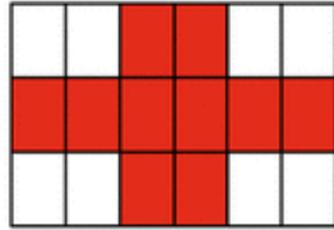
d. Partie colorée :

Partie blanche :

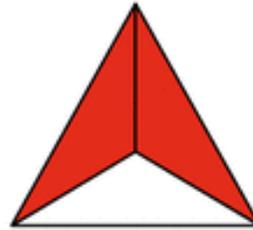
6 Indique quelle fraction de chaque figure représente la partie colorée puis la partie blanche.



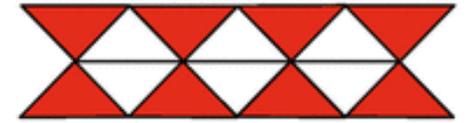
a. Partie colorée : $\frac{8}{15}$
Partie blanche : $\frac{7}{15}$



b. Partie colorée : $\frac{10}{18}$
Partie blanche : $\frac{8}{18}$



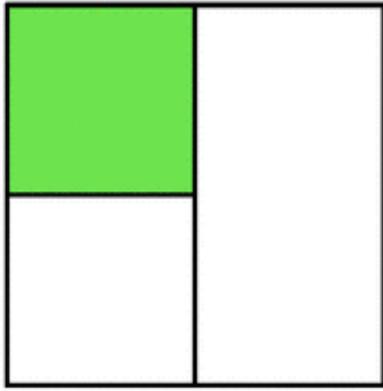
c. Partie colorée : $\frac{2}{3}$
Partie blanche : $\frac{1}{3}$



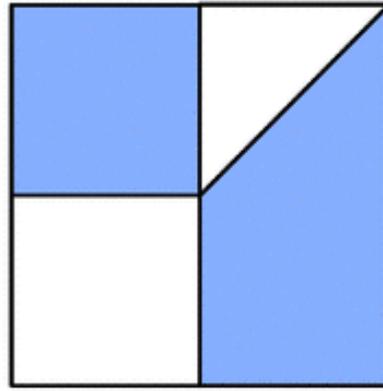
d. Partie colorée : $\frac{8}{14}$
Partie blanche : $\frac{6}{14}$

6 Même consigne qu'à l'exercice **2**.

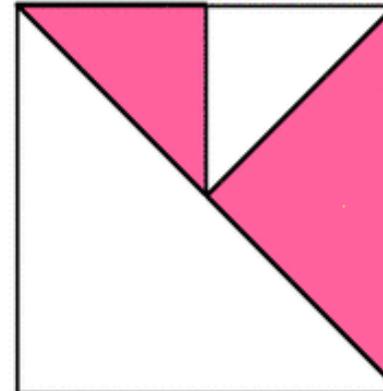
a.



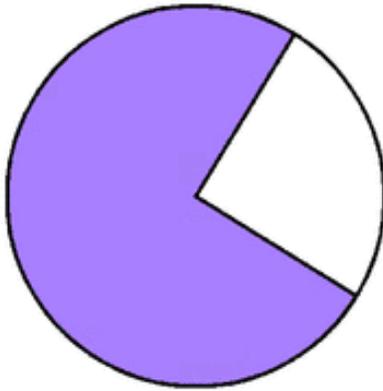
b.



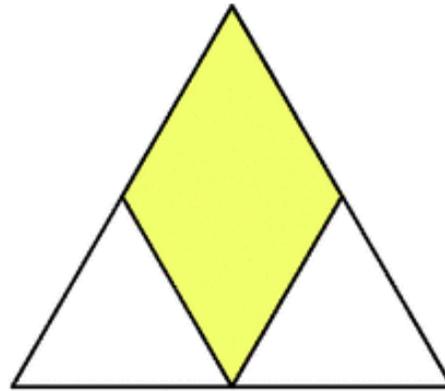
c.



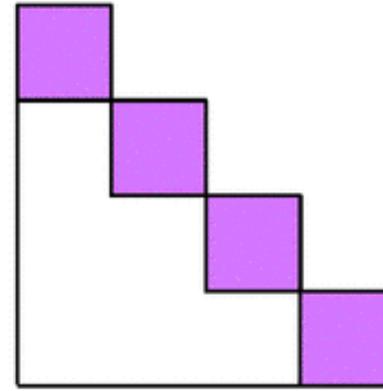
d.



e.

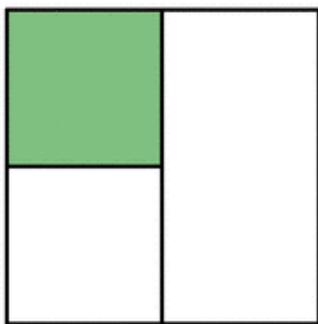


f.



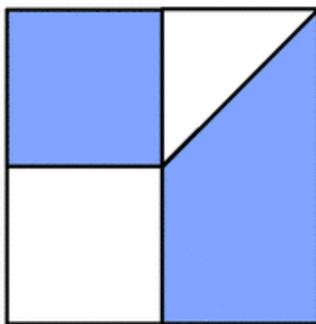
6 Même consigne qu'à l'exercice **2**.

a.



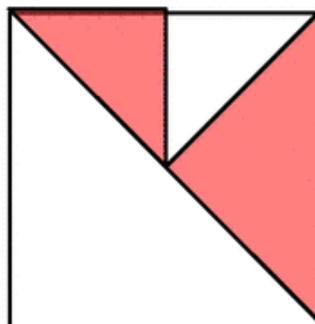
$$\frac{1}{4}$$

b.



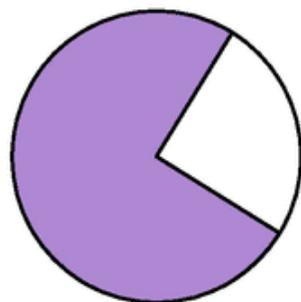
$$\frac{5}{8}$$

c.



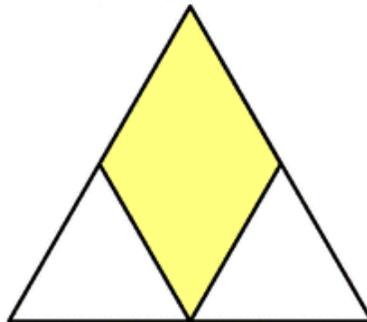
$$\frac{3}{8}$$

d.



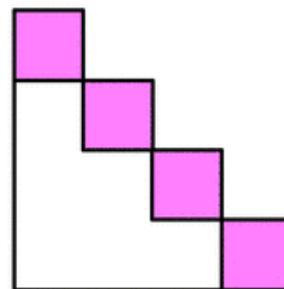
$$\frac{3}{4}$$

e.



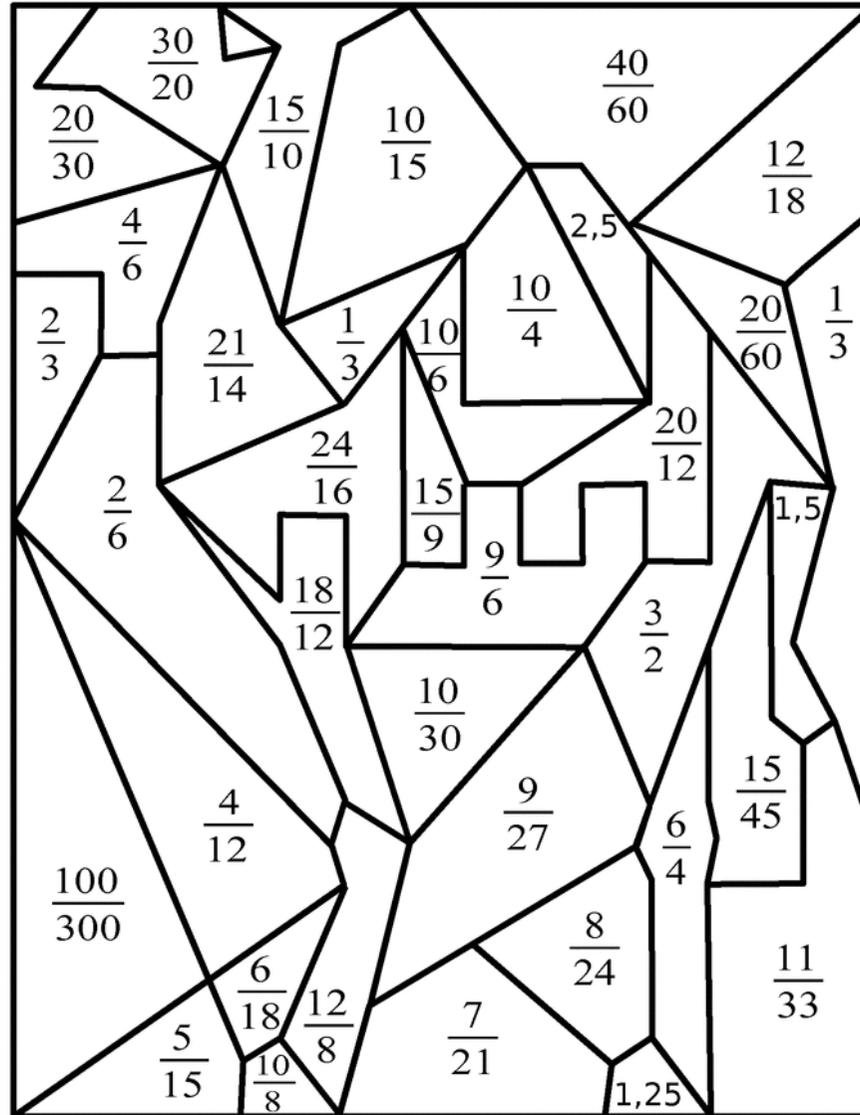
$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

f.



$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

57 Décalque le dessin ci-dessous.



Colorie les zones avec des nombres égaux aux fractions ci-dessous dans la couleur correspondante.

- $\frac{5}{3}$ en rouge
- $\frac{5}{2}$ en vert
- $\frac{3}{2}$ en marron

J'utilise une calculatrice

Les calculatrices de collège permettent

- de calculer des quotients
- de simplifier des fractions



Permet d'écrire un quotient

Permet de simplifier une fraction.

Les calculatrices utilisées au collège permettent :

- de calculer des quotients
- de simplifier des fractions

Permet de passer d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale

Casio fx-92 Spécialité Collège

Sélection du mode

Deux modes sont disponibles pour simplifier des fractions :

- le mode de simplification automatique (livret page XI) ;
- le mode de simplification manuelle.

Pour sélectionner le mode manuel :

▶ Taper la séquence suivante :

SECONDE MENU CONFIG $\frac{\square}{\square}$ 4 : SIMP

puis 2 : MANUEL

Exemple : Simplifier $\frac{91}{26}$

▶ Taper la séquence suivante :

$\frac{\square}{\square}$ 9 1 $\frac{\square}{\square}$ 2 6 EXE

$\frac{91}{26}$ $\frac{91}{26}$

▶ Taper ensuite SIMP EXE

$\frac{91}{26}$ ▶ Simp F=13; $\frac{7}{2}$

Donc $\frac{91}{26} = \frac{7}{2}$, en simplifiant par 13.

19 Simplifier chacune des fractions suivantes :

On précisera le nombre par lequel on a simplifié.

a) $\frac{7540}{485}$

b) $\frac{153}{102}$

c) $\frac{684}{210}$

d) $\frac{125}{625}$

e) $\frac{860}{754}$